

國三解題競賽_公開試題

請將解題過程完整寫出(書面報告 40%，口頭報告 60%)

「5年前哥哥的年齡是弟弟的3倍，今年哥哥的年齡是弟弟的2倍，求...」，是國中數學常見的年齡問題。

做這類題目時，同學是否有注意到，只要時間過得愈久，弟弟的年齡比哥哥的年齡比值(即 $\frac{\text{弟弟的年齡}}{\text{哥哥的年齡}}$)會愈來愈大(小於1)？

如果你有發現這件事情的話，代表你對數學的感覺是不錯的，那這件事情是為什麼呢？就讓我們來證明看看吧。

若 $a, b, m \in \mathbb{R}^+$ ，且 $a < b$ ，求證： $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$

評分說明：

1. 請用不同的證法，每種證法佔書面資料分數的 8%(共 40%)
2. 證明過程請清楚寫出
3. 最多寫 5 種
4. 僅代數字說明不予給分

提示：1. 要證明我比你大，可以由我減你大於 0 或我除以你大於 1 來思考

2. 也可以使用反証法(先假設錯的，然後証出來和題目不合)

3. 也可以試著用幾何的方式來思考